Cours

Le théorème du moment cinétique
Résumé

Sciences-physiques MPSI$_3$

Définition : Moment cinétique d'un point matériel

Le moment cinétique d'un point matériel M par rapport à un point P s'écrit :

$$\overrightarrow{\sigma_P}(M) = \overrightarrow{PM} \wedge \overrightarrow{p}(M).$$

Le moment cinétique par rapport à un axe Δ s'écrit :

$$\sigma_\Delta = \left(\overrightarrow{PM} \wedge \overrightarrow{p}(M)\right) \cdot \overrightarrow{e_\Delta}.$$

Avec $P \in \Delta$ et $\overrightarrow{e_\Delta}$ vecteur unitaire colinéaire à Δ.

Définition : Moment cinétique d'une force

Le moment d'une force $\overrightarrow{F}$ s'apliquant en M par rapport à un point P s'écrit :

$$\overrightarrow{\mathcal{M}_P}(\overrightarrow{F}) = \overrightarrow{PM} \wedge \overrightarrow{F}.$$

Le moment de cette force par rapport à un axe Δ s'écrit :

$$\mathcal{M}_\Delta = \left(\overrightarrow{PM} \wedge \overrightarrow{F}\right) \cdot \overrightarrow{e_\Delta}.$$

Avec $P \in \Delta$ et $\overrightarrow{e_\Delta}$ vecteur unitaire colinéaire à Δ.

Définition : Moment d'inertie

Le moment cinétique d'un solide en rotation autour d'un axe Δ s'écrit :

$$\sigma_\Delta = I_\Delta \omega.$$

Avec I_Δ le moment d'inertie du solude par rapport à Δ.
L'énergie cinétique de ce solide s'écrit :

$$E_c = \frac{1}{2} I_\Delta \omega^2.$$

Théorème du moment cinétique :

$$\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{\sigma_P}(M)}{\mathrm{d}t} = -\overrightarrow{v_P} \wedge m\overrightarrow{v} + \Sigma\overrightarrow{\mathcal{M}_P}(\overrightarrow{F})$$

Si le point P est fixe alors :

$$\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{\sigma_P}(M)}{\mathrm{d}t} = \Sigma\overrightarrow{\mathcal{M}_P}(\vec{F})$$

Et par rapport à un axe Δ :

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_\Delta(M)}{\mathrm{d}t} = \Sigma\mathcal{M}_\Delta(\vec{F})$$

Définition : Force centrale

Une force est centrale si la droite support de $\vec{F}$ passe par un point fixe dans $\mathcal{R}$.

Conséquences :

- le mouvement est plan ;
- dans le plan du mouvement $C = r^2\dot{\theta}$ est une constante (constante des aires) ;
- deuxième loi de Kepler : vitesse aréolaire constante.