Cours

Puissance et énergie
Résumé

Sciences-physiques MPSI$_3$

I Définitions

I.1 Puissance

Définition : puissance

On appelle puissance (exprimée en *Watt*, symbole W) exercée par la force $\vec{F}$ dans le référentiel (K) à l'instant t le produit scalaire de la force et de la vitesse de M :

$$P_{\vec{F}/K} = \vec{F} \cdot \vec{v}_{M/K}.$$

I.2 Travail

Définition : travail

On appelle travail de la force $\vec{F}$ au cours d'un déplacement la grandeur (notée W) :

$$W = \int_{M_0}^{M_1} \vec{F} \mathrm{d}\vec{r} = \int_{t_0}^{t_1} P_{\vec{F}/K} \mathrm{d}t$$

II Énergie cinétique

II.1 Théorème de la puissance cinétique

$$P(\sum \vec{F}) = \sum P(\vec{F}) = \frac{\mathrm{d}E_c}{\mathrm{d}t}.$$

Avec $E_c = \dfrac{1}{2}mv^2$.

II.2 Théorème de l'énergie cinétique

$$\sum W_{1\to 2}(\vec{F}) = \Delta E_c = E_{c_2} - E_{c_1}.$$

III Énergie mécanique

III.1 Force conservative

Une force est dite conservative si son travail ne dépend pas du chemin suivi.

III.2 Énergie potentielle

On définit l'énergie potentielle d'une force conservative $\vec{F}$ par :

$$\Delta E_p = E_{p_2} - E_{p_1} = -W_{1\to 2}(\vec{F}).$$

La relation entre force et énergie potentielle peut aussi s'écrire :

$$\frac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}x} = -F_x.$$

III.3 Théorème de l'énergie mécanique

$$\Delta E_m = W_{nc}.$$

Avec X_{nc} le travail des forces non conservatives.

IV Mouvement à un degré de liberté

Si x_e est une position d'équilibre alors :

$$\frac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}x}(x_e) = 0.$$

Cette position d'équilibre est stable si elle correspond à un minimum de l'énergie potentielle :

$$\frac{\mathrm{d}^2E_p}{\mathrm{d}x^2}(x_e) > 0.$$

Elle est instable si :

$$\frac{\mathrm{d}^2E_p}{\mathrm{d}x^2} < 0.$$

Si $\frac{\mathrm{d}^2E_p}{\mathrm{d}x^2} = 0$ alors on ne peut pas conclure. Il faut une étude plus poussée.

IV.1 Parabolisation du puits de potentiel

Soit x_e une position d'équilibre. On se place au voisinage de x_e : $x = x_e + \epsilon$:

$$E_p(x) \approx E_p(x_e) + \epsilon\frac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}x}(x_e) + \frac{\epsilon^2}{2}\frac{\mathrm{d}^2E_p}{\mathrm{d}x^2}(x_e).$$

Or x_e est une position d'équilibre donc $\frac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}x}(x_e) = 0$:

$$E_p(x) = E_p(x_e) + \frac{\epsilon^2}{2}\frac{\mathrm{d}^2E_p}{\mathrm{d}x^2}(x_e).$$

En dérivant par rapport à x ou ϵ, on obtient :

$$\ddot{\epsilon} + \frac{k}{m}\epsilon = 0.$$

Avec $k = \dfrac{\mathrm{d}^2 E_p}{\mathrm{d}x^2}(x_e)$.