Plan de travail n°8

Théophile Cailliau

À rendre le lundi 11 mars 2019

Chapitre 21

Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique ou un champ magnétique

I J'applique mon cours

Exercice 1 — *Évaluer les ordres de grandeur des forces électrique ou magnétique et les comparer à ceux des forces gravitationnelles*

On pose $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg, $E = 1\text{kV} \cdot \text{m}^{-1}$. On a $P = mg = 1.67 \cdot 10^{-27} \cdot 9.81$ N et $F = qE = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-3}$ N.

Calcul d'ordre de grandeur : $\frac{F}{P} \simeq \frac{10^{-19} \cdot 10^3}{10^{-27} \cdot 10} = 10^{10}$ donc le poids est négligeable devant F.

Pour $F = qvB$ on a, avec $v \simeq 10^3 \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $B = 10^{-2}$T, $\frac{F}{P} \simeq 10^8$. Le poids est à nouveau négligeable.

Exercice 2 — *Savoir qu'un champ éléctrique peut modifier l'énergie cinétique d'une particule alors qu'un champ magnétique peut courber la trajectoire sans fournir d'énergie à la particule*

- *(Dans un champ éléctrique)* On a $q\vec{E} = m\vec{a}$ donc $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E} \neq \vec{0}$. Le mouvement est uniformément accéléré.
- *(Dans un champ magnétique)* On a $\Delta E_c = W(q\vec{v} \wedge \vec{B}) = 0$ (théorème de l'énergie cinétique) car $\vec{v} \wedge \vec{B}$ est perpendiculaire à la trajectoire.

Exercice 3 — *Mettre en équation le mouvement et le caractériser comme un mouvement à vecteur accélération constant*

On a

$$\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$$

D'où

$$\vec{v} = \frac{q}{m}\vec{E}\,t + \vec{v}_0$$

et

$$\overrightarrow{OM} = \frac{q}{2m}\vec{E}\,t^2 + \vec{v}_0 t + \overrightarrow{OM}_0$$

Exercice 4 — *Effectuer un bilan énergétique pour calculer la vitesse d'une particule chargée accélérée par une différence de potentiel*

On applique le théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta E_c = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = W(q\vec{E}) = qU \iff v_1 = \sqrt{\frac{2qU}{m} + v_0^2}$$

Exercice 5 — *Citer une application*

- Un champ électrique uniforme : accélération de particules
- Un champ magnétique uniforme : spectrographe de masse

Exercice 6 — *Déterminer le rayon de la trajectoire d'une particule chargée dans un champ magnétique sans calcul en admettant que celle-ci est circulaire*

On se place en coordonées cylindriques. On note r le rayon constant. On a

$$\vec{v} = r\dot{\theta}\vec{e}_\theta \quad \text{et} \quad \vec{a} = -r\dot{\theta}^2\vec{e}_r + r\ddot{\theta}\vec{e}_\theta$$

Par PFD, on a

$$q\vec{v} \wedge \vec{B} = qv\vec{e}_r = m\vec{a}$$

En projection sur $\vec{e}_r$:

$$-qr\dot{\theta}B = -mr\dot{\theta}^2 \iff \dot{\theta} = \frac{qB}{m}$$

En remplaçant dans $\vec{v}_0$,

$$r = \frac{v_0}{\dot{\theta}} = \frac{v_0 m}{qB}$$

II Je m'entraîne

Exercice 7 — *Principe d'un oscilloscope*

1. On a

$$\overrightarrow{OM} = \frac{q}{2m}\vec{E}\,t^2 + \vec{v}_0 t \iff \begin{cases} x = v_0 t \\ y = \dfrac{q}{2m}Et^2 = -\dfrac{eU}{2md}t^2 \end{cases}$$

2. On sort de la zone de champ éléctrique quand

$$x = \ell = v_0 t \iff t = \frac{\ell}{v_0} \iff \begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = \dfrac{-eU\ell}{mdv_0} \end{cases}$$

On a une pente de $\dfrac{-eU\ell}{mdv_0^2}$, donc l'équation

$$y = -\frac{eU\ell}{mdv_0^2}x + \text{cte} = -\frac{eU\ell}{mdv_0^2}x$$

3. On a, à $x = \ell + \ell'$,

$$y = -\frac{eU\ell(\ell+\ell')}{mdv_0^2} \propto U$$

C'est intéressant pour un oscilloscope : le point visible sur l'écran est directement proportionnel à la tension d'entrée.

4. On prend une tension en dents de scie.

Exercice 8 — *Cyclotron*

1. Dans un *dé*, la seule force qui s'applique est un champ mégnatique uniforme. Le mouvement est circulaire uniforme, et on a

$$\begin{cases} x(t) = \dfrac{v_0}{\omega_c}\sin(\omega_c t) \\ y(t) = \dfrac{v_0}{\omega_c}\cos(\omega_c t) - \dfrac{v_0}{\omega_c} \end{cases}$$

2. Il faut $\omega_c t \equiv \pi \pmod{2\pi}$, soit $t = \dfrac{\pi}{\omega_c} = \dfrac{m\pi}{qB} \simeq 3.28 \cdot 10^{-8}$ s
3. On prend $f = \dfrac{\omega_c}{2\pi} = \dfrac{1}{2t}$
4. Par le théorème de l'énergie cinétique

$$\Delta E_c = W(q\vec{E}) = qU_m \simeq 4 \cdot 10^{-16}\ \text{J} = 2500\ \text{eV}$$

5.

$$v = 25 \cdot 10^6\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1} \implies E_{c\,fin} = 5,22 \cdot 10^{-13}\ \text{J}$$

On a donc

$$n \simeq 652$$

Et le temps nécessaire

$$\Delta t = n \cdot t \simeq 4,28 \cdot 10^{-5}\ \text{s}$$

6. On a $r = \dfrac{v_0}{\omega_c} = \dfrac{mv}{qB} \simeq 26$ cm

III Je progresse

Exercice 9 — *Sélecteur d'isotopes*

1. Par théorème de l'énergie cinétique,

$$\Delta E_c = \frac{1}{2}mv_1^2 = W(q\vec{E}_1) = q(V_M - V_N) \iff v_1 = \sqrt{\frac{2q(V_M - V_N)}{m}}$$

AN :

$$v({}^{20}_{10}\mathrm{Ne}^+) \simeq 1.384 \cdot 10^6 \ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$
$$v({}^{22}_{10}\mathrm{Ne}^+) \simeq 1.320 \cdot 10^6 \ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

2. Il faut $\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B} = \vec{0}$, soit

$$E\vec{u}_y + vB\vec{u}_x \wedge \vec{u}_z = (E - vB)\vec{u}_y = \vec{0} \iff E = vB \simeq 1.384 \cdot 10^5 \ \mathrm{V \cdot m^{-1}}$$

3. Ayant une vitesse d'entrée différente, ils n'ont pas une trajectoire rectiligne uniforme. Le dispositif permet de sélectionner les isotopes, en choisissant correctement E.

Chapitre 22

Description macroscopique de la matière

I J'applique mon cours

Exercice 1 — *Connaître l'onde de grandeur de la constante d'Avogadro*
On a $N_A \simeq 10^{23}$ donc $m_H \simeq 10^{-27}$ kg

Exercice 2 — *Identifier un système ouvert, un système fermé, un système isolé*
- La terre : fermé (pas d'échange de matière)
- Gaz dans un turboréacteur : ouvert (échange de chaleur)
- Univers : isolé
- Café : isolé (pas de transfert d'énergie ni de matière)
- Résistance : ouvert (transfert de chaleur)

Exercice 3 — *Comparer le comportement d'un gaz réel au modèle du gaz parfait sur des réseaux d'isothermes en coordonnées de Clapeyron ou d'Amagat*

1. Les deux sont proches lorsque P est petit ou V est grand
2. Le gaz réel tend vers vers le gaz parfait lorsque P diminue

Exercice 4 — *Connaître et utiliser l'équation d'état des gaz parfaits*

$$PV = nRT \iff PVM = mRT \iff PM = \rho RT \iff \rho = \frac{PM}{RT}$$

Exercice 5 — *Calculer une pression à partir d'une condition d'équilibre mécanique*
Par principe fondamental de la statique,

$$S(P - P_0) - mg = 0 \iff P = P_0 + \frac{mg}{S}$$

Exercice 6 — *Connaître quelques ordres de grandeur de volumes molaires ou massiques dans les conditions usuelles de pression et de température*
- Volume molaire du dioxygène : $V_m \simeq \frac{RT}{P} \simeq 0,02\ \mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{mod}^{-1}$
- Volume masssique de l'eau : $10^{-3}\ \mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{kg}^{-1}$

Exercice 7 — *Positionner les phases dans les diagrammes (P, T) et (P, v)*

1. **Diagramme (P, T) :** dans l'ordre : gaz, liquide, solide
2. **Diagramme (P, v) :** dans l'ordre : équilibre liquide-gaz, gaz, gaz, liquide

Exercice 8 — *Analyser un diagramme de phase expérimental (P, T)*
Dans l'ordre :

1. Solidification
2. Vaporisation

3. Il n'y a pas de changement d'état
4. Sublimation ou rien

Exercice 9 — *Proposer un jeu de variables d'état suffisant pour caractériser l'état d'équilibre d'un corps pur diphasé soumis aux seules forces de pression*

P et T permettent de caractériser l'état du corps. P, V et T ne peuvent pas varier de manière indépendante

Exercice 10 — *Interpréter graphiquement la différence de compressibilité entre un liquide et un gaz à partir d'isothermes expérimentales*

On regarde sur le graphique δP et δV sur le grapique, et on utilise la formule $\chi = -\frac{1}{V}\frac{\delta V}{\delta P}$

Exercice 11 — *Déterminer la composition d'un mélange diphasé en un point d'un diagramme* (P, b)

On place le point M sur le palier formé par la courbe $T = 600K$. On note v_ℓ et v_g les deux volumes massiques qui correspondent aux extrémités du palier. On a $m = m_\ell + m_g$, soit $V = v_\ell m\ell + v_g m_g = v_M m$.

Donc $v_M m = v_\ell m_\ell + v_g(m - m_\ell) \iff m(v_M - v_g) = m_\ell(v_\ell - v_g)$, ce qui est équivalent à

$$m_\ell = \frac{v_M - v_g}{v_\ell - v_g} = \frac{v_g - v_\ell}{=}\frac{AM}{AB}$$

avec A et B les points extrêmités du palier.

Exercice 12 — *Expliquer la problématique du stockage des fluides*

Il faut que la quantité de liquide soit suffisamment petite pour que la pression soit soutenable lorsque la température augmente

II Je m'entraîne

Exercice 13 — *Dissociation du Br_2*

1. $$PV = nRT \iff V = \frac{nRT}{P} = \frac{mRT}{PM} \simeq 9 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m}^3$$
2. On a alors $V \simeq 1,9 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m}^3$

Exercice 14 — *Humidité relative*

$$P_{eau} = 0.8 P_s(\mathrm{H_2O}) \simeq 1864\ \mathrm{P}$$

Or

$$PV = nRT \iff m = \frac{PVM}{RT} \simeq 826\ \mathrm{g}$$

Exercice 15 — *Azote liquide*

$$PV = nRT \iff P = \frac{nRT}{V} = \frac{mRT}{MV} = \frac{\rho RT}{M} \simeq 1,4 \cdot 10^9\ \mathrm{Pa}$$

Exercice 16 — *Verre avec glaçon*

Par PFD :

$$\vec{\Pi} + \vec{P} = 0 = m_{\text{glaçon}} g - m_{\text{déplacée}} g \iff m_{\text{glaçon}} = m_{\text{déplacée}}$$

Donc le niveau d'eau reste inchangé.

Exercice 17 — *Dilatation d'un parquet*

1. $$\alpha_L = \frac{1}{S}\frac{\delta S}{\delta T} \quad \text{avec } S \text{ la surface}$$
2. Il faut laisser des espaces pour laisser de la place à des éventuelles dilatations
3. Il faut prendre ce genre de précaution pour l'usinage des pièces métalliques (on travaille les pièces à chaud, le volume change quand les pièces refroidissent)

Exercice 18 — *Pompe isotherme*

1. On mélange un gaz parfait (P_0, v_1) (grâce à la soupape Σ_2, on a $p = P_0$) avec (P, V). On a

$$\begin{cases} P_0 v_1 = nRT \\ P_n V = n_V RT \end{cases} \implies \begin{cases} n = \dfrac{P_0 v_1}{RT} \\ n_V = \dfrac{P_n V}{RT} \end{cases} \implies P_{n+1}(V + v_2) = (n + n_V)RT = P_0 v_1 + P_n V$$

d'où

$$P_{n+1} = \frac{P_0 v_1 + P_n V}{V + v_2}$$

2. On a $P_{lim} = P_0 \dfrac{v_1}{v_2}$. C'est la pression limite. Une fois atteinte, la pompe ne modifie plus la pression dans le volume V.

3. $$P_n - P_{lim} = \left(\frac{V}{V + v_2}\right)^n (P_0 - P_{lim})$$

Donc

$$P_n = \left(\frac{V}{V + v_2}\right)^n (P_0 - P_{lim}) + P_{lim}$$

On ne peut pas faire le vide : (P_n) est minorée par $P_{lim} > 0$

Chapitre 23

Le premier principe de la thermodynamique

I J'applique mon cours

Exercice 1 — *Savoir que $U_m = U_m(T)$ pour un gaz parfait. Citer l'expression de l'énergie interne d'une gaz parfait monoatomique*

Pour un gaz parfait, l'énergie potentielle intérieure est nulle par hypothèse, donc $U_m = E_{c,\text{microscopique}}$. Cette expression ne dépend que de la vitesse des particules, et donc que de la température du gaz.

Exercice 2 — *Savoir que $U_m = U_m(T)$ pour une hase condensée incompressible et indilatable*

Pour une phase condensée, le volume est constant. U ne dépend que de T.

Exercice 4 — *Exploiter l'extensivité de l'énergie interne*

$$U = U(T_1) + U(T_2) = \frac{3}{2}n_1RT_1 + \frac{3}{2}n_2RT_2 = \frac{3}{2}(n_1+n_2)RT_f \iff T_f = \frac{n_1T_1 + n_2T_2}{n_1+n_2}$$

Exercice 5 — *Distinguer le statut de la variation de l'énergie interne du status des termes d'échange*

On peut noter ΔU puisque U est une fonction d'état extensive, alors que W et Q ne sont pas des fonctions d'état

Exercice 6 — *Calculer le transfert thermique Q sur un chemin donné connaissant le travail W et la variation de l'énergie interne ΔU*

On a $\Delta U = W + Q \iff Q = \Delta U - W = -W$ car la transformation est isotherme quasi-statique. On a alors

$$Q = -W = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Exercice 7 — *Exprimer l'enthalpie $H_m(T)$ du gaz parfait à partir de l'énergie interne*

$$H = U + PV = U(T) + nRT$$

Exercice 8 — *Comprendre pourquoi l'enthalpie H_m d'une phase condensée peu compressible et peu dilatable peut-être considérée comme une fonction de l'unique variable T*

Pour une phase condensée, $H_m = U_m(T) + PV_m$, or $PV_m \ll U_m(T)$ donc $H_m \simeq U_m$

Exercice 9 — *Exprimer le premier principe sous forme de bilan d'enthalpie dans le cas d'une transformation monobare avec équilibre mécanique dans l'état initial et dans l'état final*

Si on passe de (P_1, V_1) à (P_2, V_2), on a $W = -P_2V_2 + P_1V_1$, et

$$\Delta U = W + Q \iff Q = U_2 - U_1 + P_2V_2 - P_1V_2 = \Delta H$$

Exercice 10 — *Connaître l'ordre de grandeur de la capacité thermique massique de l'eau liquide*

Alors, elle vaut à peu près

$$C_{v,m} \simeq 4185 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \simeq 42 \cdot 10^2 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

II Je m'entraîne

Exercice 12 — *Détente d'argon*

1. On a
$$P_\ell s\ell = nRT_\ell \iff n = \frac{P_\ell s\ell}{RT_\ell} \iff m = \frac{MP_\ell s\ell}{RT_\ell} \simeq 3.5 \text{ g}$$

2. On place l'origine au centre du piston lorsqu'il est bloqué. La transformation est adiabatique, on a donc
$$W = -\frac{K}{2}(x^2) = \Delta U = \frac{3}{2}nR(T_2 - T_\ell) = \frac{3m}{2M}R(T_2 - T_\ell)$$
et
$$P_2 s(\ell + x) = nRT_2$$