Régime transitoire d'ordre 1 :

I) 1) a) Pour $t \leq 0$ —||— ⇔ —/— $\Rightarrow u(0^-) = E_0$ car $i = 0$

Pour $t \geq 0$ $\quad E_0 + E = u + Ri = u + RC\dfrac{du}{dt}$

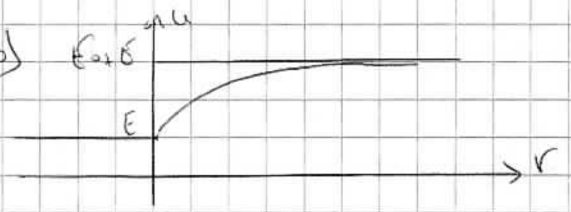
$$\Rightarrow \frac{du}{dt} + \frac{u}{RC} = \frac{E_0+E}{RC}$$

$$\Rightarrow u = \lambda \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) + E_0 + E$$

à $t=0$ $\quad u(0^-) = u(0^+) \Rightarrow \lambda + E_0 + E = E_0 \Rightarrow \lambda = -E$

$$\Rightarrow \boxed{u = E_0 + E\left(1 - \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)\right)}$$

b)



2) $I_0 = C\dfrac{du}{dt} \Rightarrow \dfrac{du}{dt} = \dfrac{I_0}{C} \Rightarrow u = \dfrac{I_0}{C}t + \text{cste}$

$u(0^-) = 0 = u(0^+) \Rightarrow \text{cste} = 0 \Rightarrow \boxed{u = \dfrac{I_0 t}{C}}$

II) 1) a) $t \to \infty$ —m— ⇔ —— $\Rightarrow \boxed{i(0^+) = i(0^-) = \dfrac{E}{R}}$

Continuité de u $\quad \boxed{u(0^-) = u(0^+) = 0}$ (fil)

b) $\underline{\omega = 3{,}4 \cdot 10^6\ s^{-1}}$ $\qquad \underline{\lambda = 5\ s^{-1}}$

$\underline{E/LC = 1{,}13 \cdot 10^{14}\ V s^{-2}}$

λ est négligeable

$$\frac{d^2u}{dt^2} + \omega^2 u = \frac{E}{LC}$$

c) $u = U + E$

$$\Rightarrow \frac{d^2U}{dt^2} + \omega^2 U + \omega^2 E = \frac{E}{LC} = \omega^2 E \Rightarrow \boxed{\frac{d^2U}{dt^2} + \omega^2 U = 0}$$

d) $U(0^+) = u(0^+) - E = -E$

$$\left(\frac{dU}{dt}\right)_{0^+} = \left(\frac{du}{dt}\right)_{0^+} = \frac{i(0^+)}{C} = \frac{E}{RC}$$

$$\boxed{\begin{aligned} U(0^+) &= -E \\ \left(\frac{dU}{dt}\right)_{0^+} &= \frac{E}{RC} \end{aligned}}$$

e) $U(t) = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t)$

$U(0^+) = -E = A \qquad \left(\dfrac{dU}{dt}\right)_{0^+} = \dfrac{E}{RC} = B\omega \Rightarrow B = \dfrac{E}{RC\omega}$

$$u(t) = -E\cos(\omega t) + \frac{E}{RC\omega}\sin(\omega t)$$

$$\Rightarrow \boxed{u(t) = E\left(1 - \cos(\omega t)\right) + \frac{E}{RC\omega}\sin(\omega t)}$$

f) $\left.\begin{array}{l} \alpha = -\beta = 10\,V \\ \gamma = 34.10^{6}\,V \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{u(t) \simeq \frac{E}{RC\omega}\sin(\omega t) = \frac{E}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}\sin(\omega t)}$

g) $E'_e = \frac{E}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}\sin(\omega t_1) \Rightarrow \boxed{t_1 = \frac{1}{\omega}\,\mathrm{Arcsin}\left(\frac{E'_e R}{E}\sqrt{\frac{C}{L}}\right)}$

$\underline{t_1 = 1{,}8.10^{-11}\,s}$

h) $\underline{u(t_1) = 200\,V}$

$i(t) = C\frac{du}{dt} = \frac{CE}{R}\omega\sqrt{\frac{L}{C}}\cos(\omega t) = \frac{E}{R}\cos(\omega t) \Rightarrow \underline{i(t_1) = 1\,A} \simeq \frac{E}{R}$

2) a) $u = Ri \Rightarrow R = \frac{u}{i} = \underline{200\,\Omega}$

b) $E = (R+R')i + L\frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{di}{dt} + \frac{R+R'}{L}i = \frac{E}{L}$

$$\Rightarrow i = \frac{E}{R+R'} + \lambda\exp\left(-\frac{R+R'}{L}t\right)$$

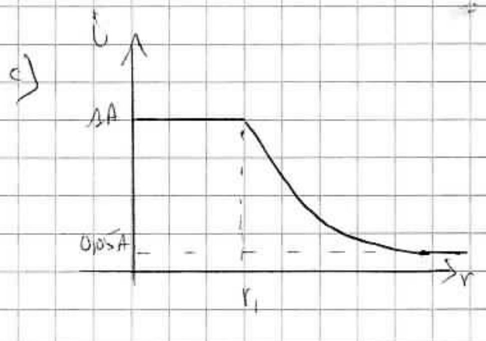
Continuité de i dans L $\qquad i(0^-) = i(0^+)$

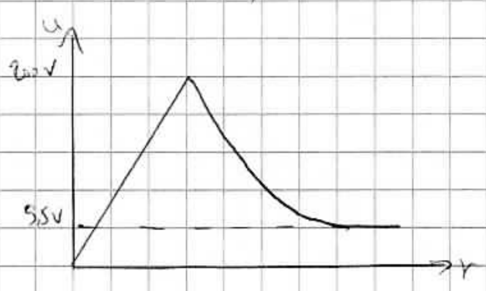
$$\frac{E}{R} = \frac{E}{R+R'} + \lambda \Rightarrow \lambda = \frac{E}{R} - \frac{E}{R+R'} = \frac{R'E}{(R+R')R}$$

$$\boxed{i = \frac{E}{R+R'}\left(1 + \frac{R'}{R}\exp\left(-\frac{R+R'}{L}t\right)\right)}$$

$u = Ri \qquad u = \frac{E}{R+R'}\left(R + R'\exp\left(-\frac{R+R'}{L}t\right)\right)$

c)



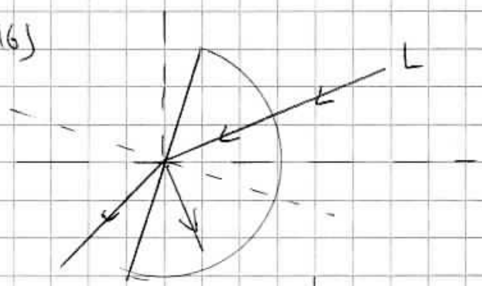


$t < t_1 \qquad u \simeq \frac{E}{RC}t$ car $\omega t \ll 1$

La fibre optique

1) Q15) Voir cours

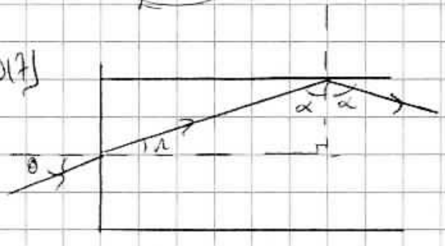
Q16)



Suivant qu'il ait ou non réflexion totale, on peut vérifier les 2 lois de Descartes (suivant l'angle)

Laser : faisceau parallèle, monochromatique (on fixe)

2) Q17)



$\alpha > \mathrm{Arcsin}\left(\frac{n_g}{n_c}\right)$

avec $r + \alpha + \pi/2 = \pi \Rightarrow r = \pi/2 - \alpha$

$\Rightarrow r < \frac{\pi}{2} - \mathrm{Arcsin}\left(\frac{n_g}{n_c}\right)$

$\Rightarrow \sin r < \cos\left(\mathrm{Arcsin}\left(\frac{n_g}{n_c}\right)\right)$

$\Rightarrow \sin r < \sqrt{1-\left(\frac{n_g}{n_c}\right)^2} \Rightarrow \sin\theta = n_c \sin r < \sqrt{n_c^2 - n_g^2}$

$\Rightarrow \theta < \boxed{\theta_L = \mathrm{Arcsin}\left(\sqrt{n_c^2 - n_g^2}\right)}$

AN $\theta_L = 12,2°$

Q18) Celui en ligne droite pour $\theta = 0$ avec $v = \frac{c}{n_c}$ et une longueur L

$\Rightarrow \boxed{T_1 = \frac{n_c L}{c}}$

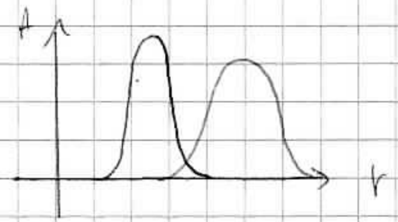
Q19) Celui pour $\theta = \theta_L$ pour lequel L devient $\frac{L}{\cos r_L} = \frac{L}{\cos(\pi/2 - \mathrm{Arcsin}(\frac{n_g}{n_c}))} = \frac{L}{\frac{n_g}{n_c}} = \frac{L n_c}{n_g}$

$\Rightarrow T_2 = \frac{L n_c}{n_g} \times \frac{n_c}{c} \Rightarrow \boxed{T_2 = \frac{n_c^2 L}{n_g c}}$

Q20) a) $\delta T = T_2 - T_1 = \frac{n_c L}{c}\left(\frac{n_c}{n_g} - 1\right)$ avec $\frac{n_g}{n_c} = \sqrt{1 - 2\Delta}$ et $\frac{n_c}{n_g} = (1-2\Delta)^{-1/2} \simeq 1 + \Delta$

b) $\boxed{\delta T = \frac{n_c L \Delta}{c}}$ AN $\delta T = 5.10^{-7}$ s

Q21)



plus étalée et d'amplitude plus faible par conservation d'énergie $\tau_s \simeq \tau_e + \delta T$

Q22) Pour éviter les mélanges il faut $T > \tau_S \Rightarrow f < \frac{1}{\tau_S}$

$\Rightarrow \boxed{f_{max} = \frac{1}{\delta T}}$ si $\tau_S \simeq \delta T$

Q23) a) $\delta T = \frac{n_c L_{max} \Delta}{c}$ et $f_{max} = \frac{1}{\delta T} \Rightarrow f_{max} = \frac{c}{n_c L_{max} \Delta}$

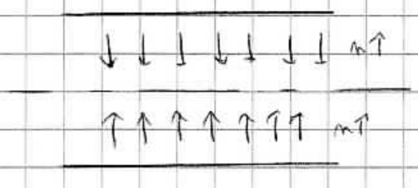
$\Rightarrow \boxed{B = \frac{c}{n_c \Delta}}$

b) $L_{max} = \frac{c}{f_{max} n_c \Delta}$ AN $\underline{L_{max} = 201 \text{ m}}$ Court pour des communications à longue distance.

3) Q24) $n(0) = n_c = 1{,}5$

$n^2(r_c) = n_c^2(1 - 2\Delta)$ avec $2\Delta = 1 - \left(\frac{n_g}{n_c}\right)^2$

$= n_g^2 \Rightarrow n(r_c) = n_g = 1{,}465$



Q25) a) $\boxed{n_{j-1} \sin i_{j-1} = n_j \sin i_j = n_{j+1} \sin i_{j+1}}$

b) $n_j \sin i_j = cte$ avec $i_j + \varphi_j = \pi/2 \Rightarrow n_j \sin i_j = n_j \cos \varphi_j$

En remontant au départ $\boxed{n(y) \cos \varphi(y) = n_c \cos \theta_0}$

c) $\boxed{\tan \varphi = \frac{dy}{dx}}$

d) $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = \tan^2\varphi = \frac{1 - \cos^2\varphi}{\cos^2\varphi} \Rightarrow \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = \frac{1 - \frac{n_c^2 \cos^2\theta_0}{n^2}}{\frac{n_c^2 \cos^2\theta_0}{n^2}}$

$\Rightarrow \boxed{\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = \left(\frac{n}{n_c \cos\theta_0}\right)^2 - 1}$

Q26) a) Si on pose $\omega^2 = \frac{2\Delta}{(r_c \cos\theta_0)^2}$ alors $\frac{d^2y}{dx^2} + \omega^2 y = 0$

$\Rightarrow \boxed{y(x) = A\cos(\omega x) + B \sin(\omega x)}$ ou $y(x) = A\cos(\omega x + \varphi)$

b) $T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow y = 0$ pour $x = T/2 = \frac{\pi}{\omega}$

$\Rightarrow \boxed{d = \frac{\pi r_c \cos\theta_0}{\sqrt{2\Delta}}}$

Q27) $\sin\theta_i = n_c \sin\theta_0 \Rightarrow \theta_0 = 8{,}1°$

$\underline{\delta T' = 2{,}5 \cdot 10^{-9} \text{ s}} \ll \delta T$

La fibre à gradient d'indice redresse les rayons inclinés.

Q28) Il faut que le rayon le plus incliné soit réfracté avant d'atteindre la gaine

4) Q34) $\frac{dP}{dx} = -\sigma n_v P$

$$\Rightarrow \frac{dP}{P} = -\sigma n_v \, dx \Rightarrow \ln\left(\frac{P}{P_0}\right) = -\sigma n_v x \Rightarrow \boxed{P = P_0 \exp(-\sigma n_v x)}$$

Q35) $A = \dfrac{10 \log \frac{1}{\exp(-\sigma n_v x)}}{x} \Rightarrow \boxed{A = \dfrac{10}{\ln 10} \sigma n_v}$

Q36) $P = 0{,}01 P_0 \Rightarrow \exp(-\sigma n_v d) = 0{,}01 = \frac{1}{100} \Rightarrow \sigma n_v d = \ln(100) = 2 \ln 10$

$$\Rightarrow d = \frac{2 \ln 10}{\sigma n_v} \Rightarrow \boxed{d = \frac{20}{A}}$$

AN ~~fibre~~ $d = 100$ km

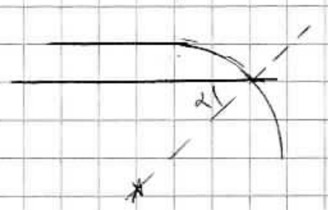
Câble coaxial $d = 2$ km

la fibre est mieux adaptée aux longues distances

Q37) Atténuation minimale $\Rightarrow \underline{\lambda = 1{,}6 \ \mu m}$ (infrarouge)

Q48) a) Il faut une réflexion totale sur la gaine

b)



$\alpha > \text{Arcsin}\left(\frac{n_g}{n_c}\right) \Rightarrow \sin \alpha > \frac{n_g}{n_c}$

avec $\sin \alpha = \dfrac{r}{r + 2 r_c}$

$$\Rightarrow \frac{r}{r + 2 r_c} > \frac{n_g}{n_c} \Rightarrow n_c r > n_g r + 2 r_c n_g$$

$$\Rightarrow \boxed{r > \frac{2 r_c n_g}{n_c - n_g}}$$

AN avec $r_c = r_g = 0{,}5$ mm $\quad \underline{r_{min} = 9{,}9 \text{ cm}}$