

colle , S 9 , sup MPSI 3 :

- suites numériques réelles : même chose plus

suite extraite de $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$, toute sous-suite d'une suite convergente est convergente de même limite ; si (u_{2n}) et (u_{2n+1}) convergent vers ℓ alors (u_n) converge vers ℓ ; théorème de Bolzano-Weierstrass
si $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = f(u_n)$, si (u_n) converge vers ℓ et si f est continue en ℓ alors $f(\ell) = \ell$

suite dominée par une autre , suite négligeable devant une autre, suites équivalentes . produit , quotient , puissances de suites équivalentes.

$u_n = \alpha_n + o(\alpha_n) \Leftrightarrow u_n \sim \alpha_n$.

si $u_n \sim v_n$ et si $v_n \xrightarrow[n \rightarrow +\infty]{} \ell$ alors $u_n \xrightarrow[n \rightarrow +\infty]{} \ell$

si $u_n \sim v_n$ alors à partir d'un certain rang, u_n et v_n sont de même signe
comparaisons des suites $(n^\alpha), (\ln(n))^\beta, (k^n)$ (avec $\alpha \neq 0, \beta \neq 0, k > 0$)

* toute sous-suite d'une suite convergente est convergente de même limite

* théorème de Césaro

* u_0 réel et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = u_n^2 + 2u_n$. Nature de (u_n) et limite éventuelle.

retour sur la notion de borne supérieure : caractérisation séquentielle d'une borne supérieure, de la notion de densité . Si X est une partie de \mathbb{R} non majorée alors il existe une suite de points de X tendant vers $+\infty$.

* caractérisation séquentielle d'une borne supérieure

* A partie bornée non vide de \mathbf{R} . Montrer que

$$\sup_{(x,y) \in A^2} |x - y| = \text{Sup}(A) - \text{Inf}(A)$$