Colle , sup MPSI 3 , S 5 :

- révision : fonctions usuelles
- intégration , calcul de primitives (la plupart des résultats sont admis, on se base sur le cours de terminale) (les fonctions sont ici à valeurs réelles) :

si f est continue sur [a,b] alors $\displaystyle\int_a^b$ f(x) dx existe ;

$\displaystyle\int_a^a f(x)dx = 0$ et $\displaystyle\int_b^a$ f(x) dx= - $\displaystyle\int_a^b$ f(x) dx ; relation de Chasles , linéarité , positivité , croissance de l'intégrale . définition d'une primitive de f sur I; écriture des primitives à partir de l'une d'entre elle ;

si f est continue sur l'intervalle I et si a$\in I$ alors $x \mapsto \displaystyle\int_a^x$ f(x) dx est l'unique primitive de f sur I qui s'annule en a ; si F est une primitive de f sur I alors ,

pour tout (a,b) de I , $\displaystyle\int_a^b$ f(x) dx = $[\mathrm{F(x)}]_a^b$.

intégration par parties , changement de variables

calcul d'une primitive de $x \mapsto \frac{1}{ax^2+bx+c}$

* trouver $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \int_x^{2x} \frac{e^t}{t}\ dt$

* $\forall n \in \mathbf{N}, \quad I_n = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} sin^n(t)dt$

Donner le lien entre I_{n+1} et I_{n-1}

* $f \in C(R^+, R^+)$ telle que

$$\exists k > 0, \quad \forall x \geq 0, \quad f(x) \leqslant k \int_0^x f(t)dt$$

Montrer que f est la fonction nulle (on pourra considérer $g(x) = e^{-kx} \int_0^x f(t)dt$)

* $f(x) = \int_x^{2x} exp(-t^2)dt$: parité, dérivabilité, expression de la dérivée

* encadrer $\int_k^{k+1} \frac{1}{t}dt$ puis en déduire que, pour tout $n \geq 1$:

$$ln(n) + \frac{1}{n} \leqslant H_n \leqslant ln(n) + 1$$