

colle, sup MPSI 3 , S 16 :

- polynômes (suite) : même chose plus

fonction polynomiale associée , racine d'un polynôme ;

a racine de  $P \iff X-a \mid P$  ; si  $(a_1, \dots, a_n) \in K^n$  sont des racines 2 à 2

distinctes de  $P \neq 0$  alors  $\prod_{i=1}^n (X-a_i) \mid P$  donc  $d^\circ P \geq n$  ;

si  $P \in K[X]$  est de degré  $n \in \mathbb{N}$  alors  $P$  admet au plus  $n$  racines

2 à 2 distinctes ; si  $P \in K_n[X]$  admet au moins  $(n+1)$  racines 2 à

2 distinctes alors  $P=0$

polynôme composé , dérivé ; formule de Leibniz ;

\* formule de Taylor

ordre de multiplicité d'une racine

\* caractérisation de l'ordre de multiplicité par les dérivées successives

$P \neq 0$  et  $(a_1, \dots, a_n) \in K^n$  2 à 2 distincts,  $(k_1, \dots, k_n) \in (\mathbb{N}^*)^n$

alors les  $a_i$  sont racines de  $P$  d'ordre au-moins  $k_i$  ssi

$\prod_{i=1}^n (X - a_i)^{k_i} \mid P$  ; polynôme scindé ; relations entre racines et

coefficients d'un polynôme scindé

polynômes de Lagrange associés à une famille de réels 2 à 2 distincts  $x_1, \dots, x_n$  ;

\* si  $(x_1, x_2, \dots, x_n) \in K^n$  sont 2 à 2 distincts et si  $(y_1, \dots, y_n) \in \mathbb{K}^n$

alors :  $\exists ! P \in \mathbb{K}_{n-1}[X] / \forall i \in [1, n] , P(x_i) = y_i$