colles , sup MPSI 3, S 13 :

- dérivabilité (début) : dérivabilité en un point, dérivabilité à droite , à gauche, tangente à une courbe en un point, équation ; si f est dérivable en a alors f est continue en a ; fonction dérivable ou de classe C^1 sur un intervalle ;
* si f :$I \to \mathbb{R}$ est dérivable en x_0 non extrémité de I et admet en x_0 un extremum local alors f '(x_0) $= 0$;

opérations et dérivabilité (dont composition et dérivabilité de f^{-1}),

* théorème de Rolle
* égalité des accroissements finis

applications : a) si f est continue sur I, dérivable sur $I\backslash\{a\}$,
si f '(x) a une limite ℓ quand x tend vers a alors $\frac{f(x)-f(a)}{x-a} \underset{x\to a}{\longrightarrow} \ell$;
si f $\in C(I,\mathbb{R})$, f$\in C^1(I\backslash\{a\},\mathbb{R})$ et si f '(x) a une limite finie ℓ quand x tend vers a alors f$\in C^1(I,\mathbb{R})$ et f '(a) $=\ell$ (théorème de classe C^1 par prolongement).

b) * si f est continue sur [a,b],dérivable sur]a,b[, caractérisation de f croissante (ou décroissante , ou constante) sur [a,b]

si f est continue sur l'intervalle I , dérivable sur $\mathring{I}$ alors f est strictement croissante sur I ssi f '(x) ≥ 0 sur $\mathring{I}$ et $\{$x $\in \mathring{I}$ / f '(x)=0$\}$ ne contient aucun intervalle d'intérieur non vide ;

c) si f est continue sur [a,b],dérivable sur]a,b[
avec m$\leq$ f '(x)$\leq$ M sur]a,b[alors m(b-a)$\leq$ f(b)-f(a)$\leq$ M(b-a) ;
si f est continue sur I , dérivable sur $\mathring{I}$ avec |f '(x)|$\leq M$ sur $\mathring{I}$ alors f est M-lipschitzienne sur I .