colle , sup MPSI 3 , semaine 12 :

- continuité : continuité en un point, continuité à droite ou à gauche , f discontinue en a ; prolongement par continuité au point a ; caractérisation de la continuité grâce aux suites ; continuité sur un intervalle ; opérations et continuité (dont composée, valeur absolue, Sup(f,g) et Inf(f,g)) ;restriction d'une application continue ;
* si f$\in$ $C([a,b],\mathbb{R})$ avec f(a) ≤ 0 et f(b) ≥ 0 alors $\exists c \in [a,b]/$ f(c) $= 0$;

théorème des valeurs intermédiaires

* si f est continue sur l'intervalle I alors f(I) est un intervalle

toute fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes.

si f est continue sur le segment [a,b] alors f([a,b]) est un segment
* si f :[a,b]$\rightarrow$[a,b] est continue alors $\exists c \in [a,b]/$ f(c) $= c$

fonction k-lipschitzienne ; si f est dérivable sur l'intervalle I avec $\forall$ x$\in$I, $|f'(x)|$ $\leq$k alors f est k-lipschitzienne sur I (admis) ;

si f est continue sur [a,b], dérivable sur]a,b[, si $\forall$ x$\in$]a,b[, $|f'(x)|$ $\leq$k alors f est k-lipschitzienne sur [a,b] (admis) ;
k lipschitzienne $\Longrightarrow$continue ;

toute fonction continue injective sur un intervalle est strictement monotone ;
si f est continue strictement monotone sur l'intervalle I alors f réalise une bijection de I sur l'intervalle f(I) , f^{-1} est strictement monotone de même monotonie que f et f^{-1} est continue.

* montrer que $x \mapsto sin(x) + cos(\frac{1}{x})$ n'admet pas de limite en 0.