colle , sup MPSI 3 , S 11 :

- limites : unicité , limite à droite , si f(x) tend vers un réel au point a alors f est bornée au voisinage de a ;

*si f(x) $\underset{x\to a}{\to}$ $\ell > 0$ alors f est minorée par un réel strictement positif au voisinage de a ;

* caractérisation séquentielle d'une limite

opérations sur les limites (dont la composition)
si f(x) $\underset{x\to a}{\to}$ $\ell \in \mathbb{R}$ et g(x) $\underset{x\to a}{\to}$ $\ell' \in \mathbb{R}$ alors f(x)+g(x) $\underset{x\to a}{\to}$ $\ell\ell'$
théorème de minoration , majoration ; théorème d'encadrement
$f : I \to \mathbb{R}$ et $g : I \to \mathbb{R}$; a dans I ou extrémité de I
avec : $f(x) \leq g(x)$ au voisinage de a ,
si f(x) $\underset{x\to a}{\to}$ $\ell \in \mathbb{R}$ et g(x) $\underset{x\to a}{\to}$ $\ell' \in \mathbb{R}$ alors $\ell \leq \ell'$

théorème de la limite monotone

- comparaison de fonctions au voisinage d'un point (les fonctions sont définies sur un intervalle non vide différent d'un singleton I, a est dans I ou extrémité de I)
$f = o(g)$; $f = O(g)$; $f \sim g$ au voisinage de a

exemples avec les fonctions usuelles ; comparaison au voisinage de $+\infty$ de $x \mapsto e^{ax}$, $x \mapsto (\ln(x))^c$ et $x \mapsto x^b$; adaptation au voisinage de 0.

si $f_1 = o(g)$ et $f_2 = o(g)$ au V(a) alors $f_1 + f_2 = o(g)$ au V(a)
si $f_1 = o(g_1)$ et $f_2 = o(g_2)$ au V(a) alors $f_1 f_2 = o(g_1 g_2)$ au V(a)
si f=$o(g)$ et g=$O(h)$ au V(a) alors $f = o(h)$ au V(a)
si $f(x) \underset{a}{\sim} g(x)$ et g(x) $\underset{x\to a}{\to}$ $\ell \in \overline{\mathbb{R}}$ alors f(x) $\underset{x\to a}{\to}$ ℓ
si $f(x) \underset{a}{\sim} g(x)$ alors $f(x)$ et $g(x)$ ont même signe au voisinage de a.

opérations : produit , quotient , puissances
$\exp(f(x)) \underset{a}{\sim} \exp(g(x)\ ) \Leftrightarrow f(x) - g(x) \underset{x\to a}{\to} 0$
* propriété pour le ln

* $(G, .)$ groupe abélien d'élément neutre e. Montrer que

$$H = \{x \in G, \exists d \in \mathbf{N}^*, \quad x^d = e\}$$

est un sous-groupe de G.

-continuité (début) : définition de f continue en a, continue à droite ou à gauche en a , de f continue sur I ; caractérisation séquentielle ; prolongement par continuité.