

sup MPSI 3, colles , S 10 :

- structures :loi de composition interne sur E , associativité, commutativité, élément neutre, inversibilité d'un élément, régularité d'un élément ,
inverse de $(a \star b)$ pour a et b inversibles ; groupe, groupe abélien,
sous-groupe de (G, \star) ($e \in G$, stable par \star et par passage à l'inverse),
un sous-groupe muni de la loi induite est un groupe ,

*caractérisation par $H \neq \emptyset$ et $\forall (x, y) \in H^2, \quad x \star y^{-1} \in H$;

* l'intersection de sous-groupes de G est un sous-groupe de G

anneau A , éléments inversibles (ensemble noté U_A), (U_A, \times) est un groupe
corps

* $\forall (a, b) \in \mathbf{C}^* \times \mathbf{C}, \forall z \in \mathbf{C}, \quad f_{(a,b)}(z) = az + b$.

Montrer que $(\{f_{(a,b)}, (a, b) \in \mathbf{C}^* \times \mathbf{C}\}, \circ)$ est un groupe.

*

$$(E_n) : \quad x = n \ln(x)$$

Pour $n \geq 3$ entier naturel, montrer que (E_n) admet 2 solutions dans $]0, +\infty[$, que l'on note $x_n < y_n$. Donner la monotonie de (x_n) , et préciser sa limite.